

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И  
АВТОМАТИКИ (ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

Домбровский А.Н.

**СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС И ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ В  
НЕЛИНЕЙНЫХ РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Автореферат диссертации на соискание учёной степени кандидата техниче-  
ских наук по специальности 05.12.04 (радиотехника, в том числе системы и  
устройства телевидения)

МОСКВА 2009

Проблема выделения слабых сигналов на фоне помех и в настоящее время остаётся актуальной. Количественной мерой устойчивого приёма сигналов служит отношение сигнал-шум, которое должно превышать определённое значение (порядка нескольких десятков децибел). Основные принципы приёма сигналов при наличии шума были получены в основном для линейных радиотехнических систем. Гармонические составляющие сигнала и шума проходят через линейную систему независимо друг от друга, а при переходе через нелинейную систему они взаимодействуют между собой. Диссертация имеет прямое отношение к вопросу взаимодействия сигнала и шума, который в настоящее время исследован недостаточно.

При приёме сигналов интенсивность внешнего шума довольно часто имеет тот же порядок величины, что и интенсивность внутреннего шума. Однако в задачах радиолокации отражённый сигнал представляет собой сумму полезного сигнала от исследуемого объекта и случайного сигнала в результате отражения от неровной земной поверхности (особенно в случае локации объектов на морской поверхности). Аналогичные условия возникают при локации в условиях дождя, снегопада или сильной облачности. При этом интенсивность внешнего шума существенно превосходит интенсивность внутреннего шума. Отсюда задача исследования взаимодействия сигнала и внешнего шума в нелинейной системе при пренебрежении внутренним шумом в данной системе имеет практическое значение. В диссертации эта проблема исследуется в нелинейных электрических цепях с туннельными диодами.

Повышенный интерес к данной проблеме вызвал открытый двадцать лет назад в оптической бистабильной системе [1] эффект стохастического резонанса (СР). На вход нелинейной системы [1] подавались гармонический сигнал и шум. На выходе системы измерялась зависимость отношения сиг-

нал-шум  $(S/N)_{out}$  от интенсивности шума  $D$  на входе. Было установлено, что зависимость  $(S/N)_{out}$  от  $D$  ведёт себя аномальным образом, т.е. имеет локальный максимум при некоторой интенсивности  $D_0$  входного шума так, как изображено на рис. 1.

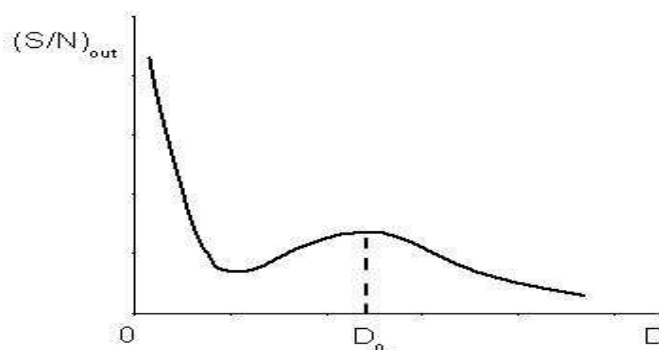


Рис. 1

В данной нелинейной системе имеется потенциальный барьер и, следовательно, средняя частота  $\nu_{кр}(D)$  переходов через барьер под действием шума, называемая в литературе частотой Крамерса. Наблюдаемый максимум при интенсивности  $D_0$ , соответствовал равенству частоты сигнала и  $\nu_{кр}(D_0)$ . Именно поэтому данный эффект получил название «стохастического резонанса». Он указал, что между шумом и сигналом существует корреляция и в подобных системах, могут возникнуть благоприятные условия для выделения слабых сигналов на фоне помех. Аналогичные результаты были получены в работе [2]. Кроме [1,2] существовали также теоретические работы [3,4], в которых были даны объяснения этого явления для малых амплитуд сигнала. По эффекту СР имеются подробные обзорные работы [5,6].

При анализе СР взаимодействие сигнала и шума описывается следующим ланжевеновским или стохастическим дифференциальным уравнением:

$$\frac{d\eta}{dt} + W'(\eta) = A_s \cos(\omega_s t) + \xi(t), \quad (1)$$

где  $\eta$  - физическая величина на выходе бистабильной системы, содержащая сигнальную и шумовую компоненты;  $W(\eta)$  - нелинейная характеристика бистабильной системы, называемая потенциалом;  $A_s \cos(\omega_s t)$  и  $\xi(t)$  - сигнал и шум на входе системы. Обычно при теоретическом описании СР рассматривается симметричный бистабильный потенциал вида  $W(\eta) = -a\eta^2 / 2 + b\eta^4 / 4$ .

Цель диссертации – двоякая. Во-первых провести детальное исследование эффекта СР для более сложных потенциальных функций как в системе первого порядка, так и в системе второго порядка. Под порядком системы подразумевается порядок стохастического дифференциального уравнения, описывающего систему. Во-вторых, исследовать нелинейные системы на предмет получения эффекта стохастической фильтрации (СФ), т.е. выходного отношения сигнал-шум, превышающего входное  $(S/N)_{inp}$ . Для решения этой проблемы в литературе имелись заделы. Так в теоретических работах [7,8] указывалось на возможность получения эффекта СФ, а в [9] был выполнен численный анализ уравнения (1) и найдены параметры, при которых реализуется данный эффект.

Новизна диссертации заключается в том, что процессы взаимодействия сигнала и шума впервые экспериментально исследуются в нелинейных электрических цепях с двумя и большим числом туннельных диодов.

Диссертация содержит вводную главу, три основные главы, заключение, список литературы и два приложения. В вводной главе дана постановка задачи, определена цель исследования. В ней также кратко приведены основные теоретические подходы в анализе указанной проблемы и доказывається, что проходящие через линейную электрическую систему сигнал и шум не взаимодействуют между собой.

В первой главе проведены исследования нелинейных электрических цепей первого порядка. Схема установки с двумя туннельными диодами TD1 и TD2 в параллельных ветвях изображена на рис.2.

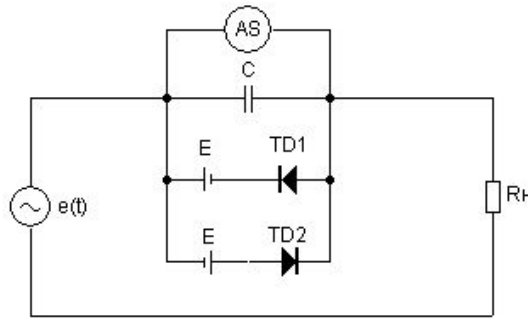


Рис.2

На входе системы действовал источник напряжения  $e(t) = A_s \cos(\omega_s t) + \xi(t)$ , создаваемый генератором сигнала и шума. Под выходом системы понималось напряжение  $u$  на ёмкости  $C$ , которое подчиняется уравнению

$$R_n C \frac{du}{dt} + R_n I(u) + u = e(t), \quad (2)$$

где  $I(u) = i_{d1}(E + u) - i_{d2}(E - u)$  - общая ВАХ системы туннельных диодов,  $i_d(u)$  - ВАХ отдельного туннельного диода,  $E$  - постоянное напряжение смещения,  $R_n$  - сопротивление нагрузки с учётом внутренних сопротивлений генераторов сигнала и шума. Вид ВАХ  $I(u)$  устанавливался в результате прямых измерений.

Уравнение (2) при делении на постоянную времени  $R_n C$  совпадает с (1). При этом потенциальная функция с точностью до произвольной постоянной имеет вид

$$W(u) = \frac{1}{C} \int [I(u) + u / R_n] du. \quad (3)$$

Для того, чтобы убедиться в правильности проводимых измерений, их результаты сперва были сопоставлены с теорией СР [10]. Были выбраны два одинаковых туннельных диода АИ301В. Общая ВАХ  $I(u)$  данной системы

диодов при  $E = 0.5B$  была измерена и представлена на рис.3, а соответствующая ей  $W(u)$  при  $C = 15нФ$  и  $R_H = 125Ом$  на рис.4.

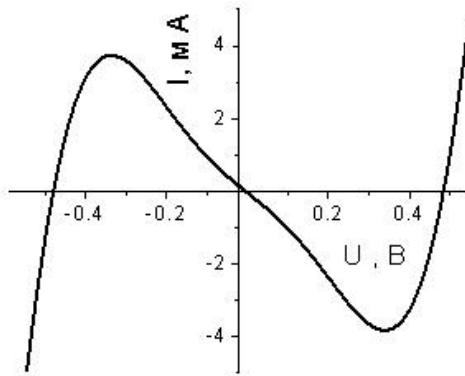


Рис.3

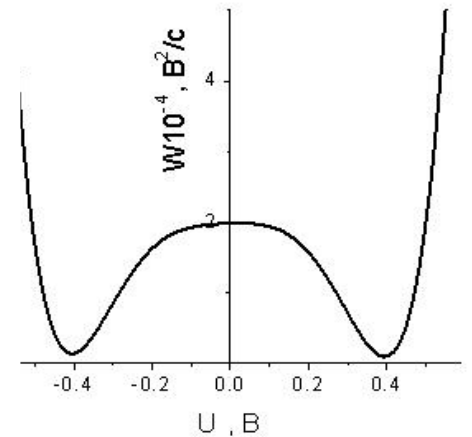


Рис.4

При выборе одинаковых диодов  $I(u)$  является нечётной функцией переменной  $u$  и хорошо описывается зависимостью вида  $I(u) = -|A|u + Bu^3$ , где  $|A| = 1.5510^{-2} Ом^{-1}$ ,  $B = 0.06AB^{-3}$ . При этом потенциальная функция имеет вид

$$W(u) = -\frac{a}{2}u^2 + \frac{b}{4}u^4, \quad a = \frac{1}{C}(|A| - \frac{1}{R_H}), \quad b = \frac{B}{C}. \quad (4)$$

Для  $R_H > |A|^{-1}$  потенциал (4) становится бистабильным, т.е. имеет два устойчивых положения равновесия в точках  $u_0 = \pm\sqrt{a/b}$ , разделённых потенциальным барьером с высотой  $W_0 = a^2/4b$ . Таким образом, выбранная электрическая схема оказалась практически идеальной для исследования эффекта СР.

Отношение сигнал-шум  $S/N$  как на входе, так и на её выходе определялось по формуле

$$(S/N) = \frac{A_s^2}{N(f_s)}, \quad N(f_s) = \frac{|\xi_s|^2}{2\Delta f},$$

где  $A_s$  - амплитуда сигнала,  $N(f_s)$  - спектральная плотность шума на частоте сигнала,  $|\xi_s|$  - среднее значение нескольких практически одинаковых амплитуд гармоник шума слева и справа от частоты сигнала,  $|\Delta f|$  - расстояние между частотами в спектре.

Результаты измерений выходного отношения сигнал-шум в зависимости от спектральной плотности шума на входе  $N_{inp}$  при  $A_s = 50 мВ$  и  $f_s = 10 кГц$  представлены на рис.5 в виде точек. Сплошной кривой на этом рисунке представлена аналогичная теоретическая зависимость [10].

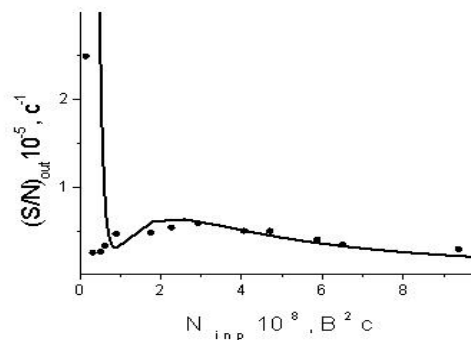


Рис.5

Видно, что эксперимент и теория [10] линейного отклика на сигнал (ТЛО) хорошо согласуются между собой в области не очень малых  $N_{inp}$ . Расхождение в области малых  $N_{inp}$  объясняется нарушением условий применимости ТЛО. Положение локального максимума действительно соответствует совпадению  $\nu_{кр}$  с частотой сигнала. Таким образом, методика измерения отношения  $S/N$  оказалась правильной.

Подбором числа и типа туннельных диодов можно в широких пределах изменять вид потенциала  $W(u)$ . Так, если в каждую из параллельных ветвей с диодами TD1 и TD2 поместить диоды ГИ304Б и АИ301В, то нелинейная система будет иметь симметричный потенциал, но с тремя устойчивыми положениями равновесия и двумя барьерами практически одинаковой высоты. В такой системе также было обнаружено явление СР, но в более яркой форме

по сравнению с системой, имеющей один потенциальный барьер. В нелинейной системе с тремя туннельными диодами (в одной ветви диод АИ301В, а в другой – последовательно включённые АИ301В и ГИ304Б) потенциал  $W(u)$  несимметричен, имеет три устойчивых положения равновесия, но различные по высоте барьеры. Проведённые здесь исследования позволили обнаружить явление двойного СР (наличие двух локальных максимумов на кривой рис.5).

В диссертации большое внимание уделялось также коэффициенту передачи по отношению сигнал-шум

$$q = (S / N)_{out} / (S / N)_{inp},$$

который характеризует фильтрующие свойства нелинейной системы, а его обратное значение совпадает с коэффициентом шума.

Было установлено, что во всех случаях реализации эффекта СР коэффициент передачи  $q < 1$ . Таким образом, с точки зрения выделения слабого сигнала на фоне помех данный эффект оказался малоинтересным. Типичная зависимость  $q$  от  $N_{inp}$  для системы с бистабильным потенциалом и указанных ранее значений  $A_s$  и  $f_s$  приведена на рис.6.

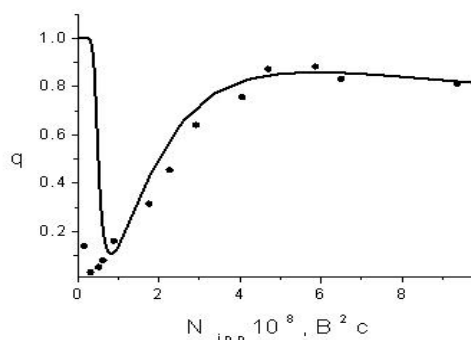


Рис.6

Однако в литературе имелись теоретические работы [7-9], в которых указывалось на возможность достижения значений  $q > 1$ . Так в [9], с помощью мощной ЭВМ был промоделирован процесс взаимодействия сигнала и шума, который описывается безразмерным уравнением (2) с моностабильным потенциалом, и найдены параметры, для которых  $q > 1$ . Поэтому оказа-

лось возможным экспериментальным путём убедиться в наличии эффекта СФ. Как следует из (4) потенциал  $W(u)$  является моностабильным, если  $R_n < |A|^{-1}$ , а при  $R_n = |A|^{-1}$  он принимает критический вид  $W(u) = bu^4 / 4$ .

При фиксированной интенсивности входного шума  $N_{inp} = 2 \cdot 10^{-8} B^2 c$  и для трёх частот сигнала  $f_s = 15, 100, 500 \text{ кГц}$  были измерены зависимости  $q$  от амплитуды сигнала  $A_s$ , которые представлены на рис.7. На этом же рисунке точками изображены результаты численного моделирования [9] уравнения (1) с параметрами, соответствующими условиям эксперимента и  $f_s = 15 \text{ кГц}$ . Видно, что эксперимент хорошо согласуется с результатами [9] и подтверждает наличие эффекта СФ в случае потенциала критического вида.

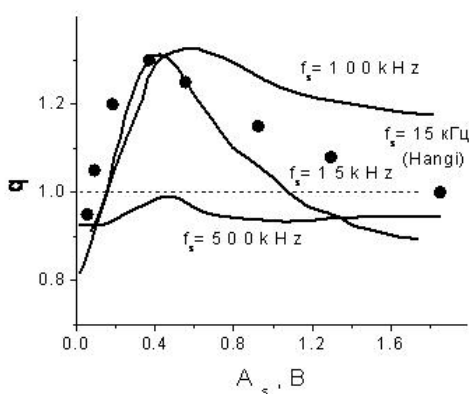


Рис.7

Таким образом, удалось впервые построить реальный, нелинейный, активный фильтр, в котором отношение сигнал-шум на выходе превышает аналогичное отношение на его входе.

**Во второй главе** диссертации взаимодействие сигнала и шума исследуется в нелинейной электрической цепи второго порядка, которая была реализована путём добавления индуктивности  $L$  в ветвь, содержащую сопротивление нагрузки  $R_n$  и источник  $e(t)$ . Все эксперименты были выполнены для схемы с двумя одинаковыми туннельными диодами АИ301В и

$E = 0.5B$ . При этом общая ВАХ  $I(u)$  имеет вид изображённый на рис.3, а потенциал  $W(u)$  - симметричен и определён формулой (4).

Уравнение для напряжения на ёмкости имеет вид

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + [R_H C + LI'(u)] \frac{du}{dt} + W'(u) = e(t) \quad (5)$$

и описывает колебательные процессы с нелинейным коэффициентом трения

$$\Gamma(u) = \frac{R_H}{L} \left[ 1 + \frac{L}{R_H C} I'(u) \right]. \quad (6)$$

Из (6) следует, что при  $L | A | \ll R_H C$  коэффициент трения практически постоянен в широкой области изменения переменной  $u$ . Сравнивая данное значение с  $\omega_0 = \sqrt{2aR_H / L}$  - собственной частотой колебаний вблизи одного из двух устойчивых положений равновесия, можно заметить, что колебательные процессы будут передемпфированы. В случае обратного неравенства  $L | A | > R_H C$  коэффициент  $\Gamma(u)$  становится отрицательной величиной и в системе происходит «раскачка» собственных колебаний. При этом сопротивление нагрузки  $R_H$  должно быть меньше или порядка порогового значения  $L | A | / C$ . Именно эти два случая исследованы в диссертации.

В первом случае были выбраны параметры:  $R_H = 125 \text{ Ом}$ ,  $C = 15 \text{ нФ}$ ,  $L = 5.2 \text{ мкГн}$ . В зависимости от амплитуды сигнала  $A_s$  в бистабильной системе наблюдались как линейный, так и нелинейный режимы эффекта СР. Для значений  $A_s$ , меньших установленного в работе порогового значения  $0.14B$ , наблюдался линейный режим эффекта СР с классическими условиями его возникновения (частота сигнала совпадает с частотой Крамерса). С ростом  $A_s$  взаимодействие сигнала и шума принимает существенно нелинейный характер. Как показали исследования, для  $A_s > 0.14B$  наблюдавшийся ранее эффект СР при малых  $A_s$  может исчезнуть в случае больших  $A_s$  и, наоборот, возникнуть на другой частоте при его

отсутствии в случае малых  $A_s$ . Таким образом, исследования позволили сделать вывод, что при реализации нелинейного режима СР, его условия возникновения обязательно должны учитывать амплитуду сигнала, которая играет большую роль в процессе возникновения СР. Измеренные коэффициенты передачи  $q$  указали на то, что для выбранных параметров цепи эффект СФ не наблюдается.

Во втором случае была исследована цепь второго порядка при  $C = 1нФ$ ,  $L = 0.1мГн$  и  $R_n = |A|^{-1}$ . Здесь потенциальная функция принимает критический вид  $W(u) = bu^4 / 4$ . Для выбранных параметров коэффициент трения отрицателен в области  $|u| < 0.5В$ , т.е. на дне потенциальной ямы. При отсутствии внешних воздействий безразмерное уравнение (5) для критического потенциала совпадает с известным в литературе уравнением Ван-дер-Поля. Здесь любые малые возмущения напряжения  $u$  вызывают развитие автоколебаний релаксационного типа. При выключенных и закороченных генераторах сигнала и шума данные колебания действительно наблюдались на осциллографе. Их вид, а также фазовый портрет предельного цикла представлены на рис. 8 и 9, из которых видно, что автоколебания имеют период  $T_a = 5мкс$  и частоту  $f_0 = 200кГц$ .

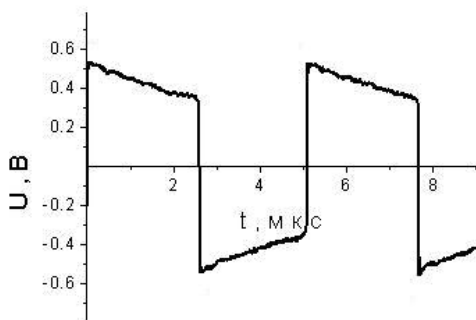


Рис.8

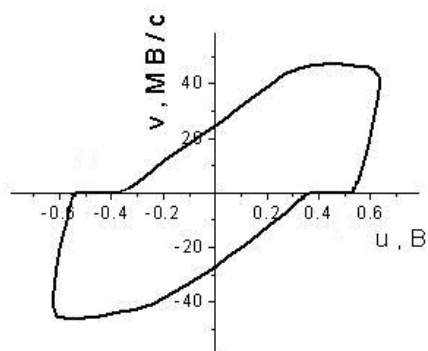


Рис.9

В диссертации измерялось выходное отношение  $S/N$  для четырёх сигнальных частот  $f_s = 50, 100, 150, 200кГц$ . Это отношение с рос-

том входной интенсивности шума  $N_{inp}$  монотонно убывало по величине, т.е. показывало своё нормальное поведение. Однако коэффициент передачи  $q$  вёл себя аномально и его значения для определённых параметров превышали единицу. Ниже, как более информативные, приводятся зависимости  $q$  от величины амплитуды сигнала при фиксированной интенсивности входного шума  $N_{inp} = 2 \cdot 10^{-8} B^2 c$ . Они представлены на рис.10.

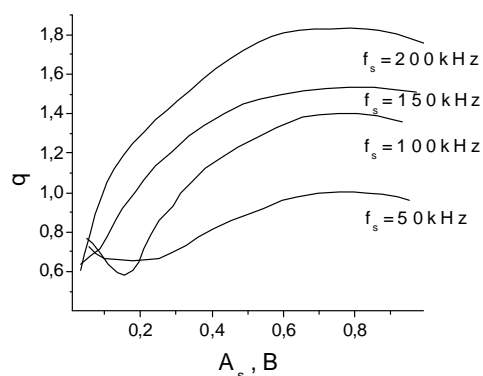


Рис.10

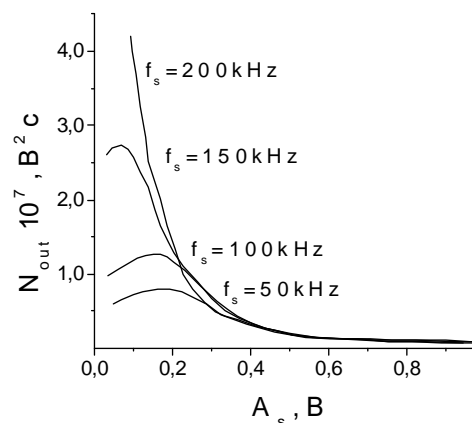


Рис.11

Видно, что для выбранных параметров в системе второго порядка эффект СФ наблюдается в более яркой форме. По сравнению с цепью первого порядка коэффициент передачи  $q$  увеличился до значения  $q \approx 1.7 \div 1.8$  для частоты  $f_s = f_a$ . При дальнейшем росте  $f_s$  коэффициент  $q$  уменьшается. Из рис.10 также следует, что существует оптимальная амплитуда сигнала для достижения максимальных  $q$  при заданном  $N_{inp}$ . Справедливо также обратное утверждение: при заданной амплитуде сигнала  $A_s$  существует оптимальная интенсивность входного шума для достижения наибольших  $q$ .

Основную причину возникновения эффекта СФ можно понять, рассматривая зависимости спектральной интенсивности выходного шума  $N_{out}(f_s)$  на частоте сигнала от его амплитуды  $A_s$ , представленные на рис.11. Видно, что с ростом  $A_s$  происходит подавление интенсивности вы-

ходного шума на частоте сигнала и достижение насыщения при больших  $A_s$ . Основное отличие этих кривых от полученных для цепи первого порядка заключается в наличии локальных максимумов, которые определяют пороговые значения  $A_s$ , начиная с которых происходит подавление выходного шума. Существование пороговых значений  $A_s$  можно связать с наличием на фазовой плоскости устойчивого предельного цикла автоколебаний.

Эффект СФ, реализованный для определённого набора параметров системы, может наблюдаться и для другого набора параметров, оставляющего неизменными безразмерные коэффициенты уравнения (5). Это утверждение было проверено путём прямых измерений и показало, что для частоты сигнала  $f_s = 40\text{кГц}$  и определённом выборе других параметров интегральное по спектру отношение сигнал-шум на входе можно уменьшить в 5 раз по сравнению с аналогичным отношением для частоты  $f_s = 200\text{кГц}$ . При этом коэффициент передачи  $q$  остаётся одним и тем же.

В третьей главе проведено обобщение теории [10], применимой к электрическим цепям первого порядка, на случай электрических цепей второго порядка и выполнено сравнение с экспериментальными результатами. Рассматривались нелинейные системы, которые описываются следующим уравнением

$$\frac{d^2u}{dt^2} + \Gamma^2 \frac{du}{dt} + V'(u) = h \cdot \cos(\omega_s t) + y(t) \quad (7)$$

с постоянным коэффициентом трения  $\Gamma = R_H / L$ . Уравнение (7) совпадает с (5) при  $V(u) = \Gamma W(u)$ ,  $h = A_s / LC$ ,  $y(t) = \xi(t) / LC$ , где  $W(u)$  определён формулой (4) и для  $R_H > |A|^{-1}$  имеет вид бистабильной потенциальной функции.

Для малых времён корреляции случайной силы  $y(t)$  для неё можно принять модель «белого» шума:

$$\langle y(t)y(t+\tau) \rangle = 2\varepsilon\delta(\tau), \quad \varepsilon = \frac{\pi N_{inp}}{2(LC)^2},$$

где  $\varepsilon$  - интенсивность белого шума.

Было показано, что при выполнении условий на частоту  $\omega_s$  и амплитуду  $A_s$  сигнала, на спектральную плотность  $N_{inp}$  входного шума, которые имеют вид

$$\omega_s < \Gamma, \quad A_s < u_0 a C L \Gamma, \quad N_{inp} > \Gamma (A_s / \omega_0)^2, \quad (8)$$

где  $u_0$  и  $\omega_0$  - точка устойчивого равновесия и частота собственных колебаний вблизи неё, уравнение (7) эквивалентно следующему кинетическому уравнению

$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \Gamma \frac{\partial f}{\partial t} + h \cdot \cos(\omega_s t) \frac{\partial f}{\partial u} = \frac{\partial}{\partial u} \left( V f + \theta \frac{\partial f}{\partial u} \right), \quad (9)$$

где  $f(u, t)du$  - вероятность обнаружить систему с напряжением в интервале  $(u, u + du)$  в момент времени  $t$ ,  $\theta = \varepsilon / \Gamma$ .

В отличие от известной теории [10], в которой учитывалась только первая производная по времени в левой части уравнения (9), здесь необходимо было учесть и вторую производную. Поскольку решение (9) в [11] искалось в виде ряда по определённым базисным функциям, то обобщение теории заключалось в определении коэффициентов данного ряда, которые подчинялись обыкновенным дифференциальным уравнениям уже не первого, а второго порядка. Окончательные результаты обобщённой теории можно найти в работе [11] и в виду их громоздкости они здесь не приводятся.

Сравнение теории и эксперимента проводилось для электрической цепи, общая ВАХ  $I(u)$  которой изображена на рис.3, с параметрами  $R_H = 1250 \text{ Ом}$ ,  $C = 15 \text{ нФ}$ ,  $L = 5.2 \text{ мкГн}$ . Этим параметрам соответствуют следующие значения фигурирующих в теории величин:  $a = 5 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$ ,  $b = 4 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1} \text{ В}^{-2}$ ,  $\omega_0 = 5 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$  и  $u_0 = 0.4 \text{ В}$ . Заметим,

что в рабочей области напряжений  $u$  коэффициент трения  $\Gamma \approx 2.4 \cdot 10^7 \text{ c}^{-1}$  и практически постоянен (для  $u = 2u_0$  его значение увеличивается всего на 20%).

Была выбрана амплитуда сигнала  $A_s = 50 \text{ мВ}$  и рассмотрены его две частоты  $f_s = 10 \text{ кГц}$  и  $f_s = 100 \text{ кГц}$ . Оценки показали, что первые два условия (8) выполнены, а третье условие нарушается при  $N_{inp} \leq 2 \cdot 10^{-9} \text{ В}^2 \text{ с}$ . Для указанных параметров задачи результаты обобщенной теории [11] для отношения  $(S/N)_{out}$  в зависимости от  $N_{inp}$  представлены на рис.12 сплошными линиями для двух частот сигнала, а экспериментальные значения изображены на этом рисунке в виде точек. Расхождение теории и эксперимента в области малых  $N_{inp}$  объясняется нарушением третьего условия (8).

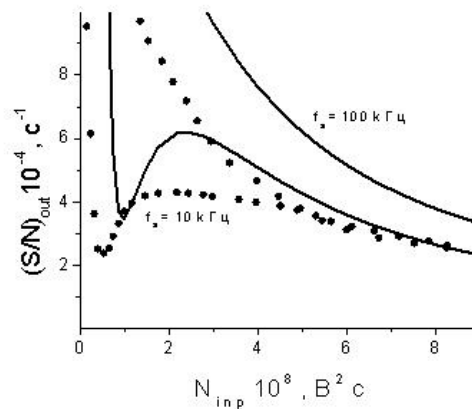


Рис.12

Если для низкой частоты совпадение теории с экспериментом можно считать удовлетворительным, то для  $f_s = 100 \text{ кГц}$  между ними наблюдается заметное отличие, но с одинаковым качественным поведением. Данное отличие объясняется неприменимостью модели белого шума (время корреляции шума в 2-3 раза превышает характерное время задачи  $\Gamma^{-1}$ ), а также слабой нелинейной зависимостью коэффициента трения  $\Gamma(u)$ .

В заключении к диссертации обсуждаются дальнейшие пути исследования процессов взаимодействия сигнала и шума в нелинейных системах и приводятся положения выносимые на защиту.

1. Применение электрических схем с двумя и большим числом туннельных диодов даёт возможность в широких пределах варьировать вольт-амперную характеристику системы диодов и соответствующий ей потенциал. Впервые исследованы системы, потенциал которых имеет три устойчивых положения равновесия. Установлено, что в случае двух одинаковых по высоте потенциальных барьеров наблюдается усиленный эффект стохастического резонанса, а в случае разных по высоте барьеров – двойной стохастический резонанс.
2. Проведённый эксперимент показал, что существующая теория линейного отклика на сигнал, в рамках которой объясняется эффект стохастического резонанса в бистабильных системах, справедлива только в области низких частот и амплитуд сигнала.
3. Классическое условие возникновения эффекта стохастического резонанса (совпадение частоты сигнала с частотой Крамерса) справедливо в нелинейных системах первого порядка и для небольших амплитуд сигнала. В нелинейных системах второго порядка указанное условие нарушается, так как стохастический резонанс реализуется в зависимости от величины амплитуды сигнала.
4. В электрических цепях первого и второго порядков с потенциалом критического вида впервые экспериментальным путём обнаружен эффект стохастической фильтрации сигналов. Более яркое проявление эффекта стохастической фильтрации в цепи второго порядка по сравнению с эффектом в цепи первого порядка объясняется наличием на фазовой плоскости устойчивого предельного цикла, соответствующего самовозбуждающимся автоколебаниям в системе второго порядка.
5. Развитая теория линейного отклика на сигнал в системах второго порядка с постоянными и умеренными по величине коэффициентами затухания удовлетворительно описывает эффект стохастического резонанса для низких сиг-

нальных частот и приводит только к качественному согласию в области высоких частот сигнала.

Основные результаты диссертации обсуждались на НТК МИРЭА, семинарах ИОФ РАН, физического факультета МГУ и опубликованы в следующих работах [11-18].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. McNamara B., Wiesenfeld K., Roy R. Observation of stochastic resonance in a ring laser. *Phys. Rev. Lett.* 1988. v.60. №25. p.2626-2629.
2. Дыкман М.И. и др. Стохастический резонанс в пассивной полностью оптической системе. *Письма в ЖЭТФ*, 1991, т.53, вып.4, с.182-185
3. Benzi R., Sutera S., Vulpiani A. The mechanism of stochastic resonance. *J. Phys. A.*, 1981, v.14, №.11, p.L453-L457.
4. Reshetnyak S.A., Kharchev S.M., Shelepin L.A. Asymptotic solutions in Landau theory for second order phase transitions. *Proceedings of the Lebedev Physics Institute Academy of Sciences of the USSR*, 1986, v.173, p.121-147.
5. Gammaitoni L., Hanggi P., Jung P., Marchesoni F. Stochastic resonance. *Rev. of Mod. Phys.*, 1998, v.70, №1, p.223-287.
6. Анищенко В.С., Нейман А.Б., Мосс Ф., Шиманский-Гайер Л. Стохастический резонанс как индуцированный шумом эффект увеличения степени порядка. *УФН*, 1999, т.169, №1, с.7-38.
7. Карташов В.М., Решетняк С.А., Третьяков Г.Н., Щеглов В.А. Численное моделирование стохастического резонанса. *Кр. сообщ. по физике. ФИАН*, 2000, №9, с.19-24.
8. Решетняк С.А., Третьяков Г.Н., Щеглов В.А. Аномальный коэффициент передачи отношения сигнал-шум при стохастическом резонансе. *Кр. сообщ. по физике ФИАН*, 2001, №5, с.12-17.
9. Hanggi P., Inchiosa M.E., Fogliatti D., Bulsara A.R. Nonlinear stochastic resonance: The saga of anomalous output-input gain. *Phys. Rev. E.*, 2000. v.62, №5, p.6155-6163.

10. Решетняк С.А., Щеглов В.А. О стохастическом резонансе с точки зрения фильтрующих свойств бистабильной системы. Квантовая электроника, 2003, т.33, №2, с.142-148.
11. Домбровский А.Н., Котов А.Ф., Третьяков Г.Н., Решетняк С.А. О стохастическом резонансе на сопротивлении нагрузки в электрической цепи с туннельным диодом. Сб. тр. 53-й НТК МИРЭА, часть 3, 2004, с.33-37.
12. Домбровский А.Н., Щеглов В.А., Решетняк С.А. К теории фильтрации сигналов в бистабильной колебательной системе с умеренной диссипацией. Квантовая электроника, т.35, №11, 2005, с.1033-1038.
13. Домбровский А.Н., Котов А.Ф., Решетняк С.А., Третьяков Г.Н. О характерных временах релаксации в проблеме стохастической фильтрации сигналов. Сб. тр. 54-й НТК МИРЭА, 2005, с.43-47.
14. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. Стохастический резонанс и фильтрация сигналов в нелинейной электрической системе второго порядка. Радиотехника, №9, 2007, с.19-25.
15. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. Экспериментальная проверка теорий стохастического резонанса и фильтрации сигналов в электрической цепи с двумя туннельными диодами. Научный вестник МИРЭА, 2008, №2(3), с.21-28.
16. Домбровский А.Н., Решетняк С.А., Третьяков Г.Н. К вопросу о стохастической фильтрации сигналов в нелинейной системе второго порядка. Сб. тр. 57-й НТК МИРЭА, 2008, с.34-40.
17. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. Исследование стохастического резонанса в электрических схемах с несколькими туннельными диодами. Известия вузов. Радиофизика, 2008, т. LI, №9, с.1-11.
18. Домбровский А.Н., Решетняк С.А. О стохастической фильтрации сигналов в нелинейных электрических системах. Радиотехника и электроника, 2009, т.54, №11, с.1369-1371.